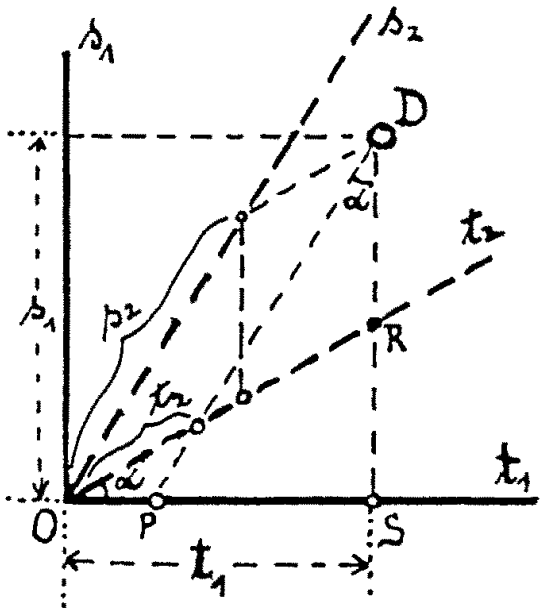
V. A sebességek összeadása.

Felhasználjuk az előző, 15. oldalon levő nagy ábrát. Ez a 11. oldalon levő nagy ábra adatait tartalmazza tudományosabb formában. A folytonos vonallal rajzolt t_1 és s_1 tengelyek a vasúti pályatestre, a szaggatott vonallal rajzolt koordináták, t_2 és s_2 a $v = 0{,}6c = 180$ ekm/sec sebességgel haladó vonatra érvényesek. A 11. oldal ábrájának minden pontja itt is megtalálható, például *D*-pont, stb. A vonatra érvényes t_2 és s_2 tengelyek α szögben térnek el a pályatesten érvényes t_1 és s_1 tengelyektől, $\mathrm{tg}\alpha = v/c$. Az ábra úgy készült, hogy 1 sec-ot ugyanakkora darab jelent, mint 300 ekm-t.

Az ábra bármely pontjához egy t_1, s_1 és egy t_2, s_2 adatpár tartozik. Például *D*-ponthoz, az azzal jellemzett eseményhez a pályatesten $t_1 = 5$ sec, $s_1 = 7\cdot 300$ ekm = 2100 ekm, a vonaton $t_2 = 1$ sec, $s_2 = 5\cdot 300$ ekm = 1500 ekm tartozik.

Milyen módon lehet kiszámítani t_1, s_1-ből t_2, s_2-t?



A *D*-ponthoz tartozó s_1 útkoordináta a következő részekből áll:

$$s_1 = DR + RS.$$

DR egyenlő a *k*-val elosztott s_2-vel, mert a távolság a pályatestről *k*-szor rövidebbnek adódik. *RS* egyenlő t_1 idő szorozva $\mathrm{tg}\alpha = v/c$-vel; a léptékválasztás miatt még szoroznunk kell *c*-vel. Tehát:

$$s_1 = \frac{s_2}{k} + \frac{v}{c}\cdot ct_1.$$

A *D*-ponthoz tartozó t_1 időkoordináta a következő részekből áll:

$$t_1 = OP + PS.$$

OP egyenlő t_2/k-val, mert a pályatestről *k*-szor rövidebb az időtartam. *PS* egyenlő s_1 út szorozva $\mathrm{tg}\alpha = v/c$-vel; a léptékválasztás miatt még osztanunk kell *c*-vel. Tehát:

$$t_1 = \frac{t_2}{k} + \frac{v}{c}\cdot\frac{s_1}{c}.$$

Egyenleteinkből kifejezve a mozgó rendszerben érvényes koordinátákat az álló rendszerbeli koordinátákkal:

$$s_2 = k \cdot (s_1 - vt_1),$$

$$t_2 = k \cdot \left(t_1 - \frac{v}{c^2} s_1 \right).$$

Ezek a Lorentz-transzformáció szokásos képletei.

A t_2 és s_2 koordinátatengelyek annál inkább csukódnak össze, minél nagyobb a sebesség. A fénysebesség elérhetetlen.

Minden számításunk az s_1 egyenesében történő mozgásra érvényes. A mozgó tárgy sebességre merőleges méretei nem változnak.

Az intervallum levezetése.

A mozgó rendszerben az intervallum, ha az esemény a koordinátarendszer kezdőpontjából indult el:

$$\sqrt{s_2^2 - c^2 t_2^2}.$$

Felhasználva a Lorentz-transzformáció képleteit:

$$\sqrt{s_2^2 - c^2 t_2^2} = \sqrt{k^2 (s_1 - vt_1)^2 - c^2 k^2 \left(t_1 - \frac{v}{c^2} s_1 \right)^2} = \sqrt{k^2 \left[s_1^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) - c^2 t_1^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \right]} = \sqrt{s_1^2 - c^2 t_1^2}.$$

Az első rendszerben ugyanannyi az intervallum, mint a másodikban, tehát változatlan, invariáns mennyiség a kölcsönös sebesség szempontjából.

A sebességek összegezése.

Vonatunk $v_1 = 0{,}6c = 180$ ekm/sec sebességgel halad. A vonaton utazó fizikusok jelentik, hogy az ő adataikkal mérve $t_2 = 0$-kor $s_2 = 0$ helyről előre gurítottak egy golyót, amely $t_2 = 5$ sec-kor $s_2 = 3 \cdot 300$ ekm = 900 ekm távolra jutott el (E-pont), tehát sebessége

$$v_2 = \frac{3 \cdot 300 \text{ ekm}}{5 \text{ sec}} = 0{,}6c = 180 \text{ ekm/sec}.$$

Ugyanezt a golyót a pályatestről is megfigyelik. Innen nézve elindult $t_1 = 0$ sec-kor $s_1 = 0$ helyről és $t_1 = 8{,}5$ sec-kor $7{,}5 \cdot 300$ ekm = 2250 ekm = s_1 távolra jutott, tehát sebessége

$$u = \frac{7{,}5 \cdot 300 \text{ ekm}}{8{,}5 \text{ sec}} = \frac{15}{17} c = 264{,}7 \text{ ekm/sec}.$$

A sebességek nem összegeződnek egyszerűen.

Levezetjük a sebességösszegezés képletét általában. A pályatestről nézve a golyó útja:

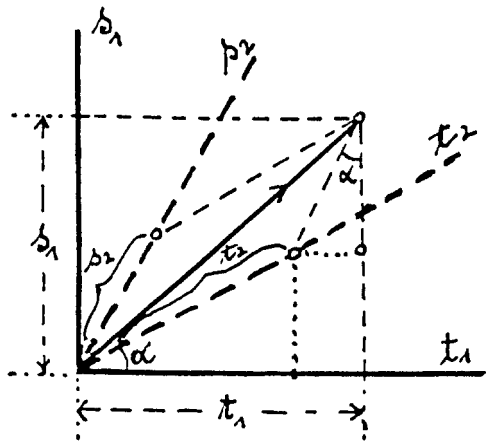
$$s_2 \cdot \cos\alpha + ct_2 \cdot \sin\alpha,$$

menetideje:

$$t_2 \cdot \cos\alpha + \frac{s_2}{c} \cdot \sin\alpha.$$

Az általunk észlelt sebesség:

$$u = \frac{s_2 \cdot \cos\alpha + ct_2 \cdot \sin\alpha}{t_2 \cdot \cos\alpha + \frac{s_2}{c} \cdot \sin\alpha} = \frac{s_2 + ct_2 \cdot \mathrm{tg}\,\alpha}{t_2 + \frac{s_2}{c} \cdot \mathrm{tg}\,\alpha} = \frac{\frac{s_2}{c} + c \cdot \mathrm{tg}\,\alpha}{1 + \frac{s_2}{ct_2} \cdot \mathrm{tg}\,\alpha}.$$



De tgα = v_1/c, ahol v_1 a vonat sebessége és a golyónak a vonatról jelentett sebessége pedig s_2/t_2.

Ezeket felhasználva a sebességösszegezés képlete:

$$u = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 v_2}{c^2}}.$$

Határesetként kis sebességeknél $v_1 + v_2$ következik belőle.

Előbbi példánkban:

$$u = \frac{0{,}6c + 0{,}6c}{1 + \frac{(0{,}6c)^2}{c^2}} = \frac{15}{17}c.$$

Adjunk hozzá v_1-hez c fénysebességet:

$$u = \frac{v_1 + c}{1 + \frac{v_1 c}{c^2}} = c.$$

Az eredmény marad a fénysebesség.

Hajók helyének meghatározására szolgál a Loran-C nevű berendezés. A tengerparti rádióállomások adását veszik a hajón és a jelek menetidejéből állapítják meg a hajó helyét. A pontosság 1000 km-es távolság mellett 100 méter, vagyis 10^{-4}. Ha a Föld 30 km/sec-os keringési sebességét vesszük alapul (a feltételezett és a Naprendszert kitöltő) éterhez képest, akkor ez a fénysebesség 10^{-4} része. Amennyiben a fénysebesség nem volna független a fényforrás és észlelő sebességétől, akkor az ebből eredő hibákat a helymeghatározásnál észrevennék.

VI. A tömeg növekedése

Vissza a tartalomjegyzékhez

INDEX