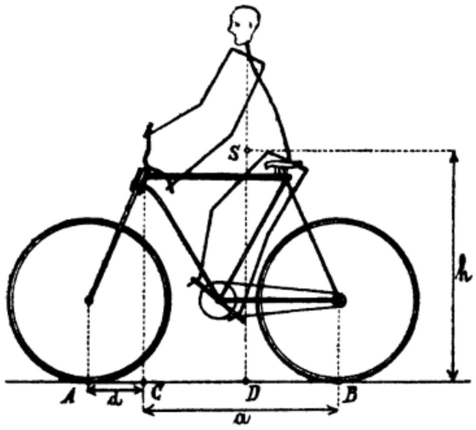
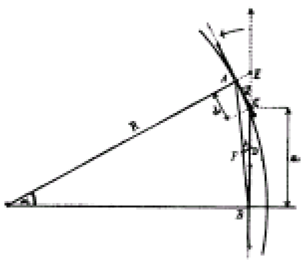
A kerékpározásról

A biciklin ülő ember labilis egyensúlyi állapotban van, tehát a legkisebb ok is elegendő arra, hogy valamely irányban kezdjen dűlni. A gyakorlott biciklista ezt azonban el tudja kerülni azáltal, hogy megfelelő intézkedéssel egyensúlyi helyzetét visszanyeri vagyis, amint mondani szokás, egyensúlyozza magát. Ezt az egyensúlyozást fogjuk most matematikailag tárgyalni.

A biciklit a rajta ülő emberrel együtt egy merev testnek fogjuk tekinteni, amelynek van egy közös súlypontja (*S*, 1. ábra). A test ide-oda hajladozására nem leszünk figyelemmel, mert az egyensúlyt főleg azzal lehet megőrizni, hogy a kormányt abba az irányba forgatjuk, amerre a bicikli dűl. A kormány elfordításának kétféle hatása van, amelyekről most szó lesz. A 2. ábra a biciklit felülről mutatja, a kormány elfordítása alkalmával.



Az első kerék a kormánynál fogva elfordítható, azonban a kormányrúd tengelye (és a villa) nem függőleges, így a bicikli első megtámasztási pontja, *A* a kormány elforgatása alkalmával nem esik a *BC* hossztengelybe (2. ábra). Legyen *AC* = *d*, *CB* = *a*. (1. ábra). A kormány α szöggel való elfordításakor az alapvonal *AB* lesz. A bicikli és ember közös súlypontja *h* magasságban van a föld felett, az *a* távolság felében levő *D* pont felett. Ezen pont távolsága az *AB* alapvonaltól *s*. Hasonló háromszögek segítségével felírható ez az aránylat:



$$s : AE = \frac{a}{2} : BE.$$

Azonban kis d-nél és kis α-nál közelítően *EC* = *d* és így

$$AE = d\sin\alpha,\ BE = a + d.$$

Ezek alapján

$$s = \frac{a}{2}\cdot\frac{AE}{BE} = \frac{ad\sin\alpha}{2(a+d)}.$$

Ha a biciklista balra dűl, a kormány balra fordítása által az alapvonalat is elmozdíthatja balra, tehát ez a súlypont alá kerül és az egyensúly helyreáll.

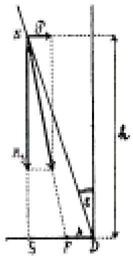
A kormány balra forgatásának a másik következménye, hogy a bicikli körpályán kezd el mozogni és a centrifugális erő kifelé nyomja, tehát az eldűlés ellen dolgozik. A körpálya sugarát (*R*) az első kerék helyzete szabja meg, közelítőleg

$$\frac{a+d}{R} = \sin\alpha, \text{ tehát } R = \frac{a+d}{\sin\alpha}.$$

Ha *M* az egész tömeg és *c* a bicikli haladási sebessége, akkor a centrifugális erő

$$P = \frac{Mc^2}{R} = \frac{Mc^2}{a+d}\sin\alpha.$$

Ha valamilyen okból a bicikli függőleges síkja ε szöggel elhajlik a függőlegestől (3. ábra), akkor a kormányt bizonyos α szöggel el kell fordítani. Ennek követeztében az alapvonal *s* távolsággal eltolódik *D* ponttól. A kormány elfordítását már most akkorának kell választani, hogy a *P* centrifugális erő és *Mg* nehézségi erő eredője ezen az új alapvonalon, azaz *F* ponton menjen át. (*g* a nehézségi gyorsulás). Ennek a feltételét ez az aránylat fejezi ki:



$$Mg : P = h : FG,$$

azonban közelítőleg

$$FG = DG - s = h\,\mathrm{tg}\varepsilon - s,$$

ezért az aránylatot szorzatokban felírva:

$$Ph = Mg \cdot FG = Mgh\ \mathrm{tg}\ \varepsilon - Mgs.$$

Felhasználva s és P értékeit, lesz

$$\frac{hMc^2}{a+d}\sin\alpha = Mgh\,\mathrm{tg}\,\varepsilon - Mg\frac{ad\sin\alpha}{2(a+d)}.$$

Rendezve:

$$2hc^2 \sin\alpha = 2gah\ \mathrm{tg}\ \varepsilon + 2gdh\ \mathrm{tg}\ \varepsilon - gad \sin\alpha.$$

Innen kiszámítjuk sin α-t: $\sin\alpha\,(gad + 2hc^2) = 2gh\,(a + d)\ \mathrm{tg}\ \varepsilon$,

$$\sin\alpha = \frac{2gh(a+d)}{gad+2hc^2}\,\mathrm{tg}\,\varepsilon.$$

Ez az eredményünk, amely megadja, hogy bizonyos ε szögű eldűlésnél a kormánykerék mily nagy α szögű elfordításánál áll helyre ismét az egyensúly? Annál könnyebb az egyensúly megtartása, minél kisebb ez az α szög. Táblázatunk megadja az ε = 1° esetében az egyensúlyozáshoz szükséges α értékeket a kerékpár különböző haladási sebességeinél. A kerékpárunk adatai a = 80 cm, d = 20,39 cm, h = 100 cm. Azután g = 981. Látható, hogy *nagy sebességnél mennyivel könnyebb az egyensúlyozás.*

Dűlés: ε = 1°		
Sebesség *c*		Elfordítás α°
km/óra	cm/sec	
0,0	0	12°24’
1,8	50	9°25’
3,6	100	5°28’
7,2	200	2°04’
10,8	300	1°00’
14,4	400	35’
18,0	500	23’
27,0	750	10’
36,0	1000	06’

Eredményünk alapján a bicikli és az ember súlyának semmi befolyása sincs ez egyensúlyozásra. Kis sebességeknél csakis az alapvonal eltolása szerepel, mert a nevezőben $2hc^2$ kicsiny gad-hez képest, nagyobb sebességeknél mindinkább szerepe lesz a centrifugális erőnek is, igen nagy sebességeknél azután már az alapvonal eltolása lesz elhanyagolható a centrifugális erő hatásához képest. Mindezt kis elhanyagolással vezettük le, de azért helyes képet kaphatunk ezek által a kerékpározó ember tevékenységéről.

Budapest: *Vermes Miklós*

Különnyomat a „Középiskolai Matematikai és Fizikai Lapok” 1928. V. évfolyam 4. számából