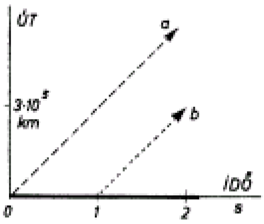
DR. VERMES MIKLÓS

A relativisztikus időskála

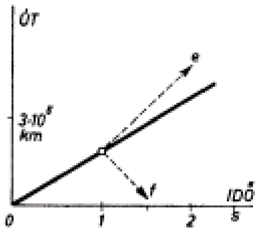
Több mint félszázada a fizikai mérések fokozódó pontossága arra a felfedezésre vezetett, hogy nagy sebességek esetében a hosszúság és időtartam mérése a sebességtől függő eredményt ad. Az ide tartozó tapasztalatokat a relativitáselmélet foglalta össze. Állításai azért szokatlanok a számunkra, mert ilyen nagy sebességekkel nem találkozunk mindennapi életünkben, hacsak atomfizikai berendezésekkel nem dolgozunk. Az eltérések ugyanis csak a fénysebesség közelében válnak nagyokká, például az eltérés a fénysebesség egyharmadánál 6%-os, kétharmadánál 34%-os. Most alkalmas ábrákkal szeretnénk a tájékozódást megkönnyíteni.

A mechanikában grafikonokkal szokták kísérni a mozgások leírását. Az úttörvény grafikonja az utat tünteti fel mint az idő függvényét, például az egyenletes mozgás úttörvényét egyenes, a szabadesését parabola ábrázolja stb. Ebben a cikkben mindvégig csak egyenesben végbemenő mozgásokról lesz szó, így grafikonjaink elférnek a papír síkjában. Az időtengelyt másodpercek szerint, az út tengelyét 300 000 km-es darabok szerint osztjuk be. Ez azzal a könnyebbséggel jár, hogy a mozgás egyenesében haladó fénysugár mozgását 45°-ban emelkedő egyenes tünteti fel.



1. ábra

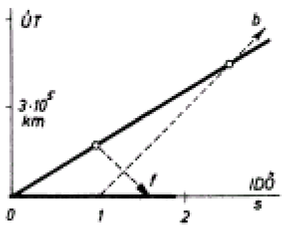
Az 1. ábrán a test az origóban nyugszik, úttörvényének grafikonja a vízszintes időtengelyben fekvő egyenes. Ha ez a test t=0-kor pillanatnyi fényjelet bocsát ki, akkor ennek előrehaladását az *a* pontozott egyenes ábrázolja. A fényjel a mozgás egyenesében másodpercenként $3 \cdot 10^5$ km-rel jut előbbre, a függőleges út-tengelyben. A t=1 s-kor kibocsátott fényjel előrehaladását *b* egyenes mutatja.



2. ábra

Egyenesünkben, a függőleges út-tengelyben mozogjon egy űrhajó v = 0,6c = 0,6·300000 km/s = 180000 km/s sebességgel. Megtett útját a 2. ábra vastag vonala szemlélteti. Ezen az űrhajón t=1 s-kor, amikor az űrhajó a kiindulási helytől 180000 km-re van, egy-egy fényjelet indítanak el a mozgás egyenesében előre és hátra. Ezeket mutatják az *e* és *f* egyenesek. Itt azonban valamit meg kell beszélnünk. Nem adódik hozzá a fénysebességhez az úrhajó sebessége, mintha nekifutással induló távolugróról volna szó? Nem. Ha egy madár sebesen repül el egy tó vize fölött és közben egy pillanatra érinti a víz szintjét szárnyával, akkor a víz szintjén épp úgy köralakban futnak szét a hullámok, mintha nyugvó csónakról háborították volna meg a vízfelszín egyensúlyát. (A régiek ezt úgy képzelték el, hogy az 1. ábra nyugvó megfigyelője egy éter nevű hipotetikus közegben nyugszik, és a mozgó űrhajós lámpagyújtogatása a repülő madárhoz hasonlóan zavarja meg az egyensúlyt.) Ezért van az, hogy a 2. ábra pontozott egyeneseit is 45°-os hajlásszögekkel rajzoltuk. (Gondoljuk ki, milyen módon rajzolták fel őseink az 1. és 2. ábra pontozott egyeneseit, ha elképzelésük szerint az űrhajós magával vitte volna a mesebeli étert mint felhőt.)

Most két űrhajóssal folytatjuk. Az egyik az egyenes egyik pontján (origó) nyugalomban marad, a másik t=0-kor v = 0,6c sebességgel indul egyenesünk mentén (3. ábra). Mindketten egy különös baktériumfajtával kísérleteznek és kísérleteiket t=0-kor kezdték meg. A nyugvó űrhajós azt észlelte, hogy t=1 s-kor a baktérium osztódott és ezt a tényt közölni akarja társával azáltal, hogy megbeszélés szerint utána küld egy fényjelet (*b*), amely a mozgó űrhajóst t=2,5 s-kor, $1{,}5\cdot 3\cdot 10^5$ km távolságban éri utól. De a második űrhajós

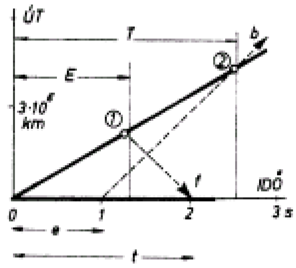


3. ábra

kísérlete is sikeres volt, az ő baktériuma is osztódott 1 s-kor. Ő hátrafelé küld haza egy fényjelet (f) a másikhoz, amely 1,6 s-kor érkezik a nyugvó űrhajóshoz.

Gondoljuk át jól a 3. ábrán vázolt jelenség lényegét. Mind a két űrhajósnál 1 s elmúltával történt valami, de az egyszerre elindított fényjelek közül az egyik 2,5 s-kor, a másik 1,6 s-kor érkezett meg. Ha ez valóban így van a természetben, akkor az érkezési időpontok alapján meg lehet tudni, melyik űrhajós van nyugalomban és melyik mozog, ahhoz a bizonyos éterhez, fényterjedési közeghez képest. (Ha a második űrhajóshoz volna ragasztva az éter-közeg, a kísérlet az előbbinek a visszáját produkálná.) 90 éven keresztül már száznál is több kísérletet végeztek, hogy a kölcsönösen oda-vissza küldött fényjelek viselkedésének eltéréséből megállapítsák Földünk mozgását a feltételezett éterhez képest. Valamennyi igen pontos kísérlet teljesen negatív volt, kiderült, hogy a feltételezett éter nem létezik. Alapvető természeti törvényként vált ismertté, hogy a két űrhajós egyenrangú, semmiféle megfigyeléssel sem lehet őket megkülönböztetni. Ha ugyanarról a baktériumfajról van szó, amely mindegyiknél X idő múlva osztódik, akkor ennek fényjele, híre a másikhoz nX idő múlva érkezik, akár az egyik küldi a hírt a másikhoz, vagy fordítva.

De mit szól ehhez a 3. ábra precíz rajza? Szerinte ez lehetetlen. Einstein találta meg a nagyszerű és érdekes magyarázatot 1905-ben: a két űrhajós időskálája eltérő, ugyanahhoz az eseményhez más időadat tartozik mindegyik űrhajósnál. De milyen? Ezt általánosságban, vezetjük le a 4. ábra jelöléseivel.



4. ábra

Az egyik űrhajóst nyugvónak vesszük, út-diagramja a vízszintes tengely. Az elsőnél a baktériumosztódás e pillanatban következett be, az ekkor kibocsátott fényjel rajza a pontozott b egyenes, amely a másik űrhajóst az első órája szerint T-kor éri el. A második, v sebességű űrhajósnál történt osztódásról az első űrhajós azt állapítja meg, hogy szerinte E pillanatban történt és a visszafelé küldött f fényjel az első űrhajóst órája szerint t-kor éri el. Mindegyik űrhajós számára időegység lehet a baktérium osztódási ideje.

A teljes kölcsönösség, a relativitás törvénye szerint saját egységében mérve a hír érkezésének időadata mindegyiknél ugyanannyi:

$$\frac{t}{e} = \frac{T}{E}.$$

Azonkívül össze kell kapcsolnunk számításunkkal a két jelenséget. A találkozási feladatok számítási technikája szerint az első űrhajós fényjelének útja:

$$c(\mathrm{T}-e) = vT,$$

a második űrhajós fényjelének útja:

$$c(t-E) = vE.$$

Ezt az egyenletrendszert kell megoldanunk E, t, T-re.

A második egyenlet rögtön megoldható T-re:

$$T = e\cdot\frac{c}{c-v}.$$

Eredményünket az első egyenletbe téve:

$$t = \frac{e^2}{E}\cdot\frac{c}{c-v}.$$

Az így kapott t-t a harmadik egyenletbe helyezve, rendezve:

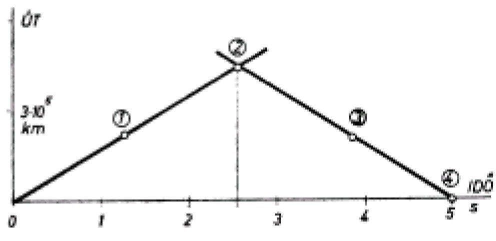
$$E^2 = \frac{c^2e^2}{(c-v)(c+v)} = \frac{c^2e^2}{c^2-v^2} = \frac{e^2}{1-(v/c)^2}.$$

Az időegységek összefüggésére kapjuk a jól ismert *Lorentz*-féle képletet:

$$E = \frac{e}{\sqrt{1-(v/c)^2}}.$$

Ha v =0,6c és az első űrhajós időegysége e=1, akkor a következő számszerű adatokat kapjuk. A baktérium osztódási ideje a második űrhajós számára is időegység, de ezt az időt az első űrhajós E = 1,25e = 1,25 s-nak észleli. Példánkban t=2 s, T=2,5 s. A saját űrhajójában mindegyik űrhajós a másikról érkező hírt a bacillus osztódási idejének kétszeresekor észleli. Megvan a teljes kölcsönösség.

Egy érdekes alkalmazás. Legyen a két űrhajós ikertestvér. Az egyik otthon marad (5. ábra). A másik 0,6c sebességű űrhajóra száll. Az otthon maradt testvér ideje szerint 2,5 s-kor, $1{,}5 \cdot 3 \cdot 10^6$ km távolságban átugrik egy ugyanolyan sebesen visszafelé haladó rakétára. Az otthon maradt testvér 5 s-kor üdvözli a visszatért utast, aki az előzőek szerint mindegyik útrészleten 2 s-ot, összesen 4 s-ot élt át, így kevesebbet öregedett, mint itthon maradt testvére. Ez az ún. ikerparadoxon. A két testvér közötti objektíven kimutatható életkorkülönbség oka, hogy az egyik gyorsulást élt át, a másik nem.



5. ábra

Az időtartamok között létrejövő eltérést, az időparadoxont 1971-ben kísérletileg is megfigyelték. Egy-egy repülőgép keleti, illetve nyugati irányban 41, illetve 49 óra alatt repülte körül a Földet. Mindegyik Cs^{133}-mal működő atomórát vitt magával, egy atomórát pedig otthon hagytak. Az elméleti várakozásnak megfelelően az első óra $60 \cdot 10^{-9}$ másodperccel kevesebbet, a második $273 \cdot 10^{-9}$ másodperccel többet mutatott. A repülőgépek sebessége a Föld forgási sebességéhez hozzáadódott, illetve abból levonódott, hiszen az otthon hagyott óra is mozgott a Föld tengelyforgása következtében.

Az 1091. számú feladat adatait is nagyon befolyásolja az időtartamok sebességfüggése. 250000 km/s = 0,83c mellett az E/e hányados 1,79, tehát az út középső, 4,7 évig tartó része az űrhajós saját ideje szerint csak 2,6 év.

Megjelent a Középiskolai Matematikai Lapok 47. kötet 1. számában, Budapest, 1973. szeptemberében