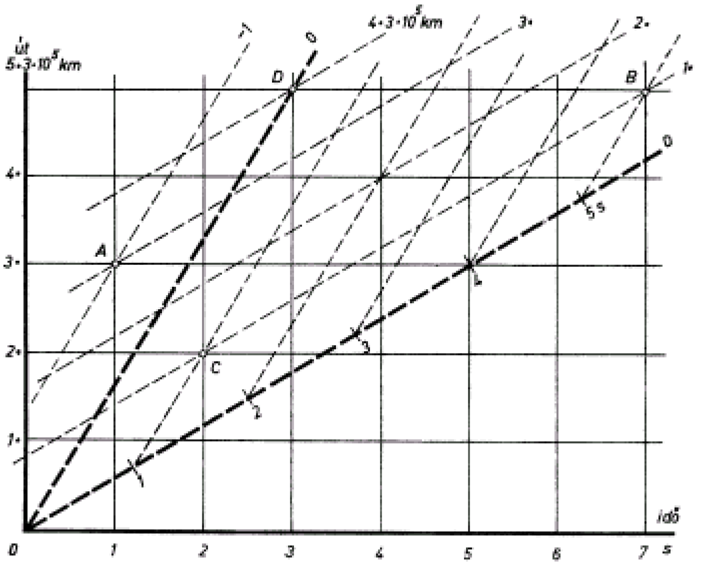
DR. VERMES MIKLÓS

A téridő

Az ember így szokott beszélni: ez a vagon 20 méter hosszú, a tanítási 45 percig tart stb. Mert ha a pályaudvar sínén álló vagon elejét és végét megjelöljük a földön, akkor erre a távolságra a méterrudat 20-szor lehet ráfektetni, illetve a becsengetéskor megindított stopperóra mutatója kicsengetéskor a 45-ös percnél jár. Talán reprodukálhatóbb időpélda: a 84-polónium-218 (rádium A) radioaktív izotóp felezési ideje óránk szerint 3 perc. Megszoktuk, hogy ezek az adatok a vagonra, a radioaktív elemre állandó, változatlan jellemző számok. A folyóiratunkban megjelent két cikk alapján (l. a szeptemberi és a novemberi számot) tudjuk, hogy nagy sebességek esetében ez nincs) így. Ha a vonat képes volna 0,6c = 180000 km/s sebességgel haladni, akkor megjelölve a töltésen a mozgó vagon elejének és végének egyidejű helyeit, ezek távolságát 0,8·20 = 16 méternek találnánk, és ha a vonaton utazó tudós jelezné például az ablakból egy-egy intéssel a felezés elejét és végét, akkor ezt az időközt a töltés mellett álló megfigyelők 3/0,8 = 3,75 percnek találnák. Ha vonat nem is, de elemi részecskék repülnek olykor a fényt megközelítő sebességgel, és ilyenkor a tapasztalat tényleg mutatja ezt a jelenséget.



Tehát a mozgó szerkezet, rendszer hossz- és időadatai az állóból mérve függenek a sebességtől. Egy néhány példán tanulmányozzuk ezeket a dolgokat. Ábránk azonos a legutóbbi cikk 3. ábrájával. Az úttengely mentén v = 0,6c sebességgel mozgó tárgyak idő- és távolság-koordinátáit az álló rendszerben a derékszögű, folytonos vonalak sorszámáról, a mozgó rendszerben a ferde, szaggatott vonalak segítségével állapíthatjuk meg. Három példát vizsgálunk.

I. Az egyenesünk mentén $3\cdot 3\cdot 10^5$ kilométernél áll az első megfigyelő és órája szerint 1 s-kor (*A*-pont) egy rakétát lőtt ki, a vonal mentén előre irányítva, és ez a rakéta az $5\cdot 3\cdot 10^5$ kilométernél álló barátját érte el (*B*-pont) 7 s-kor. A rakétában küldött levél felszólította a *B*-embert, hogy igyék barátja egészségére, és ez meg is történt. Egyébként a rakéta sebessége $2\cdot 3\cdot 10^5/6 = 10^5$ km/s volt, ami a fénysebesség egyharmada és elvben nem lehetetlen. Ugyanezt az eseménysorozatot megfigyelte az egyenes pálya fölött 0,6c sebességgel repülő pilóta is. Azt látta, hogy –1 s-kor $3\cdot 3\cdot 10^5$ kilométernél egy ember, akinek sapkáján *A*-betű volt, egy rakétát indított el, és ez +5 s-kor ért el az $1\cdot 3\cdot 10^5$ kilométernél álló *B*-emberhez, aki a levelet elolvasva nagyot húzott kulacsából. A repülő az események időközét 6 s-nak, az emberek távolságát $2\cdot 3\cdot 10^5$ kilométernek észlelte, de úgy, hogy *A* van elől és *B* hátul, a rakéta a repülőgép haladási irányával ellentétesen repült. Nem csoda, hiszen sebessége kevesebb volt. A repülő más időközt észlelt, mint az emberek és számára megfordult a térbeli helyzet. De a pilóta is úgy látta, hogy a levelet *A* küldte és ennek következtében kortyintott *B*.

II. Egyenes utunk mentén $2\cdot3\cdot10^5$ kilométernél áll *C* barátunk és 2 s-kor tüsszent egy nagyot (*C*-pont). Másik barátunk, *D* az $5\cdot3\cdot10^5$ kilométeres helyen áll és 3 s-kor cigarettára gyújt (*D*-pont). Mit látott az egyenes út fölött repülő pilóta? Egy *C*-jelű ember $1\cdot3\cdot10^5$ kilométernél állva 1 s-kor tüsszentett, *D* pedig $4\cdot3\cdot10^5$ kilométernél 0 s-kor gyújtott cigarettára. Számára a távolság változatlanul $3\cdot3\cdot10^5$ kilométer maradt, az időköz abszolút nagysága sem változott, 1 másodperc maradt, de az idősorrend megfordult! A repülő számára előbb gyújtott *D* cigarettára és azután tüsszentett *C*. Lehetséges ez? Természetesen. De a két esemény nem lehetett okozati kapcsolatban, mert az álló rendszerben $3\cdot3\cdot10^5$ m/1 s = 3*c*, háromszoros fénysebességgel kellett volna a *C* tüsszentését jelentő hírnek *D*-hez eljutnia, hogy *D* reagálhasson rá, például egy jókívánsággal. Ilyen sebesség nincs. *D* nem szerezhetett tudomást *C* tettéről, tiszta véletlen, hogy akkor cigarettára gyújtott. Ebből látható, hogy az idősorrend megfordulhat ugyan, de csak egymástól független eseményeknél, az ok és az okozat nem cserélhető fel.

III. *C*-emberünk $2\cdot3\cdot10^5$ kilométernél képtelefon előtt ül és 2 s-kor tüsszent. Barátja, *B* $5\cdot3\cdot10^5$ kilométernél a képernyő előtt, ül és 7 s-kor azt mondja: egészségedre! A hír átvivésének nincs akadálya, $3\cdot3\cdot10^5$ m/5s = 0,6c átviteli sebesség szükséges hozzá, ami lehetséges. Tehát a $3\cdot3\cdot10^5$ kilométeres utat a hír 5 s alatt teszi meg. Ezt az eseményt vizsgálja a pilóta. És mit lát? Szerinte *C* és *B* egymás mellett állnak $1\cdot3\cdot10^5$ kilométernél, és az esemény időtartama 5-1=4 s. A pilóta számára távolság nincs, csak időköz.

Amint látjuk, nagy sebességek esetében sok minden lehetséges, ami a mindennapi életünkben szokatlan. Hosszúság, időtartam, egyidejűség, idősorrend, térbeli sorrend viszonylagosak. Már régebben is megtörtént, hogy finomabb észlelések változónak mutattak olyasmit, amit állandónak képzetünk. Például a vas sűrűsége melegen kisebb stb. A mostani helyzet sokkal meglepőbb és nyugtalanítóbb, hiszen olyan alapfogalmakat, mint a tér és idő eddig abszolútnak képzeltünk el. Épp a fizika alapvető fogalmai bizonyultak relatívnak. Azonban a folytatás megnyugtató és gyönyörű.

Minkowski, a kiváló matematikus 1908-ban egy érdekes, a relativitáselméletben rejtőzködő kapcsolatot fedezett fel. Egy síkon x_1, y_1 és x_2, y_2 derékszögű koordinátákkal adott pontok távolságát a Pythagoras-tétellel számítjuk ki: $h^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$. Az egyes pontok koordinátái a legkülönbözőbbek lehetnek a koordináta-rendszer elhelyezése szerint, de a *h* távolság mindig ugyanannyi, ahogyan mondani szokták: invariáns. A mechanikában egy pontszerű esemény koordinátái az egyenes mentén az *s* távolság és *t* időpont. Minkowski *t* helyett a $w = \sqrt{-1}\cdot c\cdot t = ict$ mennyiséget választotta, ami szintén távolságjellegű. Most már *s*-sel és *w*-vel mint távolságokkal lehet számolni. II. példánk esetében *C* tüsszentésének koordinátái az álló rendszerben $s_1 = 2\cdot3\cdot10^5$ km, $w_1 = i\cdot3\cdot10^5\cdot2$ km; *D* cigarettára gyújtásának koordinátái $s_2 = 5\cdot3\cdot10^5$ km, $w_2 = i\cdot3\cdot10^5\cdot3$ km. A közönséges távolságmérési eljárás szerint járjunk el:

$$I^2 = (s_2 - s_1)^2 + (w_2 - w_1)^2.$$

$$I^2 = (5-2)^2\cdot(3\cdot10^5 km)^2 - (3-2)^2\cdot(3\cdot10^5 km)^2 = (9-1)\cdot(3\cdot10^5 km)^2 = 8\cdot(3\cdot10^5 km)^2,$$

$$I = \sqrt{8}\cdot3\cdot10^5 km.$$

Végezzük el ezt a számítást a mozgó repülőgép koordináta-rendszerében is. Itt $S_1 = 1\cdot3\cdot10^5$ km, $W_1 = i\cdot3\cdot10^5\cdot1$ km; $S_2 = 4\cdot3\cdot10^5$ km, $W_2 = 0$, tehát

$$I^2 = (S_2 - S_1)^2 + (W_2 - W_1)^2 = (4-1)^2\cdot(3\cdot10^5 km)^2 - (0-1)^2\cdot(3\cdot10^5 km)^2 = 8\cdot(3\cdot10^5 km)^2,$$

$$I = \sqrt{8}\cdot3\cdot10^5 km.$$

Ugyanazt kaptuk. Általánosságban meg fogjuk mutatni, hogy ha a távolságszámítás mintájára a jelenség távolság- és időadataiból egy egyesített mennyiséget számítunk ki, ez nem függ a koordináta-rendszerek sebességétől, mindig ugyanannyi, invariáns. A távolságból és időkből ilyen módon számított mennyiség neve: intervallum. Példánkban a tüsszentés és cigarettára gyújtás közötti intervallum $\sqrt{8}\cdot 3\cdot 10^5$ km. Ez sem nem távolság, sem időtartam, hanem ez a kettő együtt. (Önkény, hogy méterben kaptuk, megfelelő átszámítással másodperc is lehetett volna.)

Természetesen egyetlen numerikus példa nem döntő. Az intervallum állandóságát bizonyítani kell. Az első esemény legyen az origóban, $S_1 = 0$, $W_1 = 0$, a másodikra nézve pedig $S_2 = S$, $W_2 = W = icT$. Az intervallum négyzete a mozgó rendszerben: $I^2 = S^2 + W^2 = S^2 - c^2T^2$. A Lorentz-transzformáció ismert képleteivel, amelyekkel az 1176. számú feladatban is találkozunk:

$$I^2 = \left(\frac{s - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right)^2 - c^2\left(\frac{t - vs/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right)^2 = \frac{(s - vt)^2 - c^2(t - vs/c^2)^2}{1 - v^2/c^2} =$$

$$= \frac{s^2c^2 + c^2v^2t^2 - c^4t^2 - v^2s^2}{c^2 - v^2} = \frac{s^2(c^2 - v^2) - c^2t^2(c^2 - v^2)}{(c^2 - v^2)} = s^2 - c^2t^2 = s^2 + (ict)^2.$$

Ez pedig a v sebességtől függetlenül az álló rendszerben számított intervallum. A valóságban a három térbeli és egy időbeli koordináta négytagú négyzetösszeggel adja az intervallum négyzetét, ekkor az ábra rajzolása nehézkesebb.

Minkowski felfedezése igen nagy jelentőségű: összeolvasztja a teret és az időt. Ha a távolság és időtartam szintézisét jelentő intervallummal számolunk, akkor az eredmény független a megfigyelő sebességétől. Külön számolva csak távolsággal vagy csak idővel ezekre kisebb, nagyobb értékeket kaphatunk, az egyik alkalmas koordináta-rendszerből nézve el is tűnhet. Például a III. példánkban csak az idő maradt meg, a távolság 0 lett. Felcserélődhetnek a sorrendek is. Külön vizsgálva a teret és időt mindig csak az igazi jelenség egy-egy nézetét, vetületét kapjuk, aszerint, hogy hogyan történt a vetítés, de nem a teljeset. Egy hasonlat: ha a levegőben egy tojás lóg és két megfigyelő csak az árnyékát látja, de magát a tárgyat nem, akkor az egyik esetleg 10 cm^2 területű kört, a másik 15 cm^2 területű oválist észlelhet. Ezek mint vetületek igazak, de a valóság a térbeli tojás, amelynek köbtartalma van. Ilyen változékony képeket figyelünk meg, ha egy mozgásjelenséghez. csak méterrúddal vagy csak órával közeledünk. A valóság az összeolvadt tér és idő: a téridő.

Megjelent a Középiskolai Matematikai Lapok 47. kötet 5. számában, Budapest, 1973. decemberében